

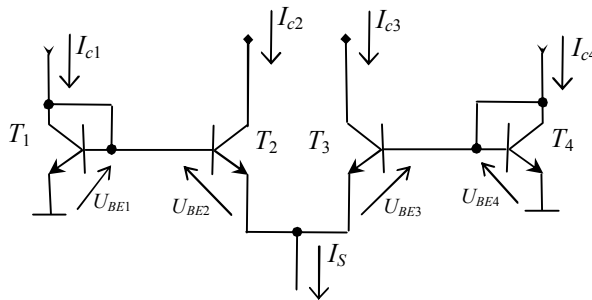
**„EUROELEKTRA”
OLIMPIADA ELEKTRYCZNA I ELEKTRONICZNA
Rok szkolny 2007/2008 – Etap drugi - Grupa elektroniczno-telekomunikacyjna**

Zestaw zawiera 5 zadań. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane. Czas rozwiązywania - 120 minut.

ZADANIA

Zad. 1

W układzie jak na rysunku, nazywanym układem mnożącym Gilberta, prądy wyjściowe (I_{c2}, I_{c3}) są związane z prądami wejściowymi (I_{c1}, I_{c4}) wzorem (2), a ponadto z prądem sterującym (I_S) wzorami (3) i (4). Pokaż, że wzory te są prawdziwe przy założeniu, że wszystkie cztery tranzystory mają identyczne właściwości, pracują w zakresie aktywnym i zależność prądu kolektora (I_c) od napięcia baza emiter (U_{BE}) tranzystora jest dana wzorem (1), w którym A i U_T są współczynnikami.



$$I_c \cong Ae^{\frac{U_{BE}}{U_T}} \quad (1)$$

$$I_{c1}I_{c3} = I_{c2}I_{c4} \quad (2)$$

$$I_{c2} = \frac{I_{c1}I_S}{I_{c1} + I_{c4}} \quad (3)$$

$$I_{c3} = \frac{I_{c4}I_S}{I_{c1} + I_{c4}} \quad (4)$$

Zad. 2

Na rys. A przedstawiono wzmacniacz zbudowany z wykorzystaniem wzmacniacza operacyjnego typu CFA (Current Feedback Amplifier). Rys. B przedstawia makromodel samego wzmacniacza CFA, składający się ze sterowanego prądem źródła napięcia wyjściowego i wtórnika napięciowego na wejściu. Wydajność wyjściowego źródła napięciowego jest kontrolowana za pomocą prądu I_N zgodnie ze wzorem $V_{out} = Z_T I_N$, w którym I_N jest prądem wypływającego z wejścia odwracającego wzmacniacza CFA (wejście „-”). Wtórnik napięciowy jest natomiast włączony między wejście nieodwracające i odwracające wzmacniacza CFA, co oznacza, że $V^- = V^+$, rezystancja widziana z wejścia „+” jest bardzo duża, a z wejścia „-” bardzo mała.

Oblicz wzmocnienie napięciowe $A_V = V_{out}/V_{in}$ oraz 3-dB częstotliwość graniczną (f_{3dB}) wzmacniacza z rys. A przyjmując, że transimpedancja Z_T , charakteryzująca właściwości transmisyjne wzmacniacza CFA, jest opisana wzorem (1), gdzie $j = \sqrt{-1}$ jest zmienną urojoną, f częstotliwością, R_T transrezystancją, a f_g 3-dB częstotliwością graniczną wzmacniacza CFA.

$$Z_T = \frac{R_T}{1 + j \frac{f}{f_g}} \quad (1)$$

Dane:

$$R_1 = 500\Omega$$

$$R_2 = 20k\Omega$$

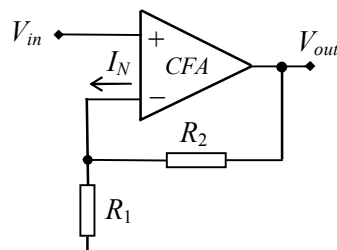
$$R_T = 10M\Omega$$

$$f_g = 10kHz$$

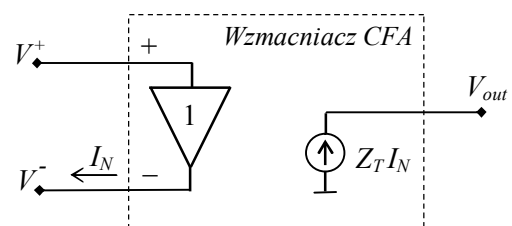
Szukane:

$$A_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = ?$$

$$f_{3dB} = ?$$



Rys. A



Rys. B

Zad. 3.

Sygnał analogowy o postaci

$$x(t) = 2 + 2\sin(5 \cdot 10^3 \pi t) + \sin(10^4 \pi t)$$

ma być przekształcony na postać cyfrową i przesłany torem o przepływności $64 \cdot 10^3$ symboli na sekundę ($64 \cdot 10^3$ body). Ile maksymalnie bitów można przeznaczyć na zakodowanie każdej próbki tego sygnału, jeżeli oprócz kodowania wartości próbek zastosuje się dodatkowo kodowanie 2B1Q w celu zamiany otrzymanego sygnału binarnego na czterowartościowy?

Zad. 4

W układzie pokazanym na rysunku blok o wzmocnieniu A przedstawia idealny wzmacniacz napięciowy. Cały układ jest natomiast wzmacniaczem transimpedancyjnym. Oblicz rezystancję wejściową $R_{in} = u_{in} / i_{in}$ dla sygnałów zmiennych, traktując kondensator C jako zwarcie dla tych sygnałów oraz przyjmując, że tranzystor MOS pracuje w zakresie silnej inwersji, a jego przejściowa charakterystyka statyczna, opisującą zależność prądu drenu I_D od napięcia bramka-źródło U_{GS} , jest dana wzorem (1), w którym K jest współczynnikiem, a U_p napięciem odcięcia kanału.

$$I_D \cong K(U_{GS} - U_p)^2 \quad (1)$$

Dane:

$$K = 2,5 \times 10^{-2} \text{ A/V}$$

$$U_p = 1 \text{ V}$$

$$U_B = 1,2 \text{ V}$$

$$I = 1 \text{ mA}$$

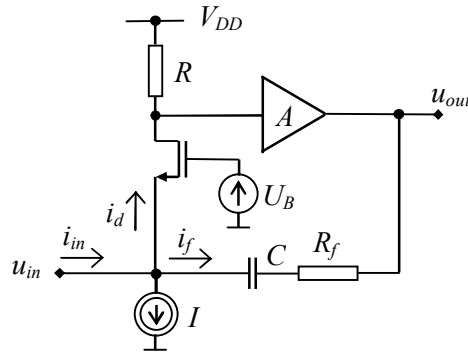
$$A = -10 \text{ V/V}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_f = 200 \Omega$$

Szukane:

$$R_{in} = \frac{u_{in}}{i_{in}} = ?$$

**Zad. 5.**

Charakterystyka przejściowa, $T = V_{out} / V_{in}$, układu z rys. A jest pokazana na rys. B. Oblicz szerokość pętli histerezy V_h tej charakterystyki. Przyjmając, że użyty wzmacniacz operacyjny jest układem idealnym.

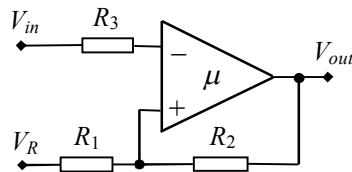
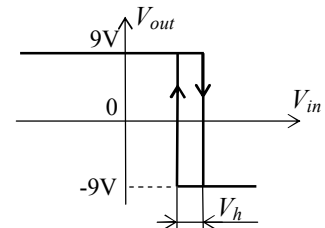
Dane:

$$V_R = 6 \text{ V}$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 9 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

**Rys. A****Rys. B****Opracowali :**

Dr hab. inż. Felicja Wysocka-Schillak

Dr hab. inż. Ryszard Wojtyna

prof. nadzwyczajny UTP

Sprawdzili:

Dr inż. Andrzej Borys

Dr inż. Jarosław Majewski

Zatwierdził:

Przewodniczący Rady Naukowej

Olimpiady „EUROELEKTRA”

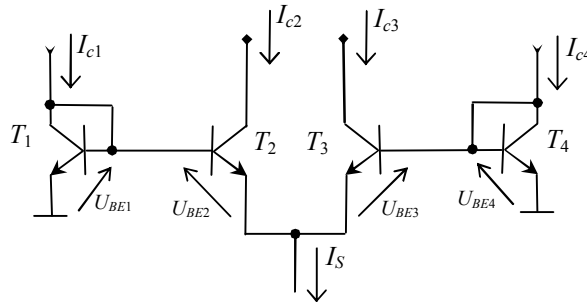
Dr hab. inż. Ryszard Wojtyna

prof. nadzwyczajny UTP

„EUROELEKTRA”
OLIMPIADA ELEKTRYCZNA I ELEKTRONICZNA – rozwiązania
Rok szkolny 2007/2008 - Etap drugi– grupa elektroniczno-telekomunikacyjna

Zad. 1

W układzie jak na rysunku, nazywanym układem mnożącym Gilberta, prądy wyjściowe (I_{c2}, I_{c3}) są związane z prądami wejściowymi (I_{c1}, I_{c4}) wzorem (2), a ponadto z prądem sterującym (I_S) wzorami (3) i (4). Pokaż, że wzory te są prawdziwe przy założeniu, że wszystkie cztery tranzystory mają identyczne właściwości, pracują w zakresie aktywnym i zależność prądu kolektora (I_c) od napięcia baza-emiter (U_{BE}) tranzystora jest dana wzorem (1), w którym A i U_T są współczynnikami.



$$I_c \cong A e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} \quad (1)$$

$$I_{c1} I_{c3} = I_{c2} I_{c4} \quad (2)$$

$$I_{c2} = \frac{I_{c1} I_S}{I_{c1} + I_{c4}} \quad (3)$$

$$I_{c3} = \frac{I_{c4} I_S}{I_{c1} + I_{c4}} \quad (4)$$

Rozwiązanie

Dla pokazanego układu suma wszystkich napięć baza-emiter jest równa zero, co można zapisać w postaci:

$$U_{BE1} - U_{BE2} + U_{BE3} - U_{BE4} = 0 \quad (5)$$

Z podanego w treści zadania wzoru (1) otrzymuje się następującą funkcję odwrotną:

$$U_{BE} \cong U_T \ln \frac{I_c}{A} = U_T \ln I_c - U_T \ln A \quad (6)$$

Składnik $U_T \ln A$ w równaniu (6) przyjmuje identyczne wartości dla wszystkich czterech tranzystorów. Wykorzystując wzór (6) do przedstawienia napięć U_{BE1} , U_{BE2} , U_{BE3} i U_{BE4} można równanie (5) napisać w postaci:

$$U_T \ln I_{c1} + U_T \ln I_{c3} = U_T \ln I_{c2} + U_T \ln I_{c4} \quad (7)$$

Dzieląc to równanie stronami przez U_T i stosując wzór na logarytm iloczynu otrzymuje się równanie:

$$\ln I_{c1} I_{c3} = \ln I_{c2} I_{c4}, \quad (8)$$

które prowadzi do zależności:

$$I_{c1} I_{c3} = I_{c2} I_{c4}, \quad (9)$$

co należało udowodnić.

Traktując prądy bazy jako dużo mniejsze od prądów kolektora, z rysunku widać, że:

$$I_{c2} + I_{c3} \cong I_S \quad (10)$$

W rezultacie równanie (9) można napisać w postaci:

$$I_{c1} (I_S - I_{c2}) = I_{c2} I_{c4}, \quad (11)$$

albo w postaci: $I_{c1} I_{c3} = (I_S - I_{c3}) I_{c4} \quad (12)$

Wyznaczając z równania (11) I_{c2} otrzymuje się zależność:

$$I_{c2} = \frac{I_{c1} I_S}{I_{c1} + I_{c4}}, \quad (13)$$

co należało udowodnić.

a z równania (12) I_{c3} otrzymuje się zależność:

$$I_{c3} = \frac{I_{c4} I_S}{I_{c1} + I_{c4}}, \quad (14)$$

co należało udowodnić.

Zad. 2

Na rys. A przedstawiono wzmacniacz zbudowany z wykorzystaniem wzmacniacza operacyjnego typu CFA (Current Feedback Amplifier). Rys. B przedstawia makromodel samego wzmacniacza CFA, składający się ze sterowanego prądem źródła napięcia wyjściowego i wtórnika napięciowego na wejściu. Wydajność wyjściowego źródła napięciowego jest kontrolowana za pomocą prądu I_N zgodnie ze wzorem $V_{out} = Z_T I_N$, w którym I_N jest prądem wypływającego z wejścia odwracającego wzmacniacza CFA (wejście „-”). Wtórnik napięciowy jest natomiast włączony między wejście nieodwracające i odwracające wzmacniacza CFA, co oznacza, że $V^- = V^+$, rezystancja widziana z wejścia „+” jest bardzo duża, a z wejścia „-” bardzo mała.

Oblicz wzmocnienie napięciowe $A_V = V_{out}/V_{in}$ oraz 3-dB częstotliwość graniczną (f_{3dB}) wzmacniacza z rys. A przyjmując, że transimpedancja Z_T , charakteryzująca właściwości transmisyjne wzmacniacza CFA, jest opisana wzorem (1), gdzie $j = \sqrt{-1}$ jest zmienną urojoną, f częstotliwością, R_T transrezystancją, a f_g 3-dB częstotliwością graniczną wzmacniacza CFA.

$$Z_T = \frac{R_T}{1 + j \frac{f}{f_g}} \quad (1)$$

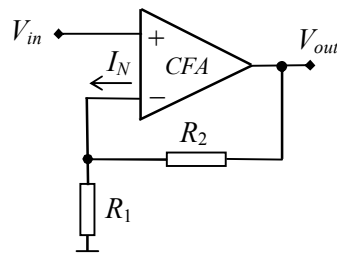
Dane:

$R_1 = 500\Omega$
 $R_2 = 20k\Omega$
 $R_T = 10M\Omega$
 $f_g = 10kHz$

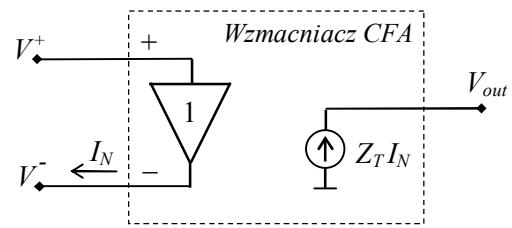
Szukane:

$$A_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = ?$$

$$f_{3dB} = ?$$



Rys. A



Rys. B

Rozwiązanie

Uwzględniając fakt, że $V^- = V^+$, że rezystancja wejścia „-” wzmacniacza CFA jest pomijalnie mała oraz stosując zasadę superpozycji można prąd I_N przedstawić jako funkcję napięć V_{in} i V_{out} w postaci:

$$I_N = V_{in} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - V_{out} \frac{1}{R_2} \quad (2)$$

Z właściwości transmisyjnych wzmacniacza CFA wynika, że:

$$I_N = \frac{V_{out}}{Z_T} \quad (3)$$

Przyrównując do siebie prawe strony równań (2) i (3) i wykonując proste przekształcenia otrzymuje się:

$$V_{out} = V_{in} \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z_T}} \quad (4)$$

Wstawiając w miejsce Z_T zależność (1), dzieląc obie strony równania (4) przez V_{in} i uwzględniając, że $R_T \gg R_2$ otrzymujemy:

$$A_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_T} + j \frac{f}{R_T f_g}} \cong \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + j \frac{f}{R_T f_g}} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + j \frac{R_2 f}{R_T f_g}} = \frac{A_{V0}}{1 + j \frac{f}{f_{3dB}}} \quad (5)$$

gdzie:
$$A_{V0} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 41 \left[\frac{V}{V} \right] \quad (6)$$

jest wzmocnieniem układu z rys. A dla małych częstotliwości (wzmocnienie w pasmie przenoszenia wzmacniacza), natomiast:

$$f_{3dB} = f_g \frac{R_T}{R_2} = 5MHz \quad (7)$$

jest 3-dB pasmem przenoszenia tego wzmacniacza.

Zad. 3.

Sygnal analogowy o postaci

$$x(t) = 2 + 2\sin(5 \cdot 10^3 \pi t) + \sin(10^4 \pi t)$$

ma być przekształcony na postać cyfrową i przesłany torem o przepływności $64 \cdot 10^3$ symboli na sekundę ($64 \cdot 10^3$ body). Ile maksymalnie bitów można przeznaczyć na zakodowanie każdej próbki tego sygnału, jeżeli oprócz kodowania wartości próbek zastosuje się dodatkowo kodowanie 2B1Q w celu zamiany otrzymanego sygnału binarnego na czterowartościowy?

Rozwiązanie

Podany sygnał analogowy ma widmo dyskretne, a największa częstotliwość tego widma wynosi $f_g = 5\text{kHz}$. Z twierdzenia o próbkowaniu wynika, że częstotliwość próbkowania f_s powinna być przynajmniej dwa razy większa, tj:

$$f_s \geq 10 \text{ kHz} \quad (1)$$

Kodowanie 2B1Q daje dwukrotnie zwiększenie szybkości binarnej (b/s) w porównaniu do szybkości symbolowej ($body$). Oznacza to, że torem o przepustowości symbolowej $64 \cdot 10^3$ body można przesłać strumień binarny z szybkością nie większą niż:

$$v = 128 \text{ kb/s} \quad (2)$$

Liczba maksymalna liczba bitów na jedną próbkę jest równa części całkowitej liczby l określonej przez stosunek:

$$l = \frac{v}{f_{s \min}} = \frac{128 \cdot 10^3}{10^4} = 12,8 \quad (3)$$

Ze wzoru (3) wynika, że na jedną próbkę można przeznaczyć maksymalnie $n = 12$ bitów.

Zad. 4

W układzie pokazanym na rysunku blok o wzmocnieniu A przedstawia idealny wzmacniacz napięciowy. Cały układ jest natomiast wzmacniaczem transimpedancyjnym. Oblicz rezystancję wejściową $R_{in} = u_{in} / i_{in}$ dla sygnałów zmiennych, traktując kondensator C jako zwarcie dla tych sygnałów oraz przyjmując, że tranzystor MOS pracuje w zakresie silnej inwersji, a jego przejściowa charakterystyka statyczna, opisującą zależność prądu drenu I_D od napięcia bramka-źródło U_{GS} , jest dana wzorem (1), w którym K jest współczynnikiem, a U_p napięciem odcięcia kanału.

$$I_D \cong K(U_{GS} - U_p)^2 \quad (1)$$

Dane:

$$K = 2,5 \times 10^{-2} \text{ A/V}$$

$$U_p = 1 \text{ V}$$

$$U_B = 1,2 \text{ V}$$

$$I = 1 \text{ mA}$$

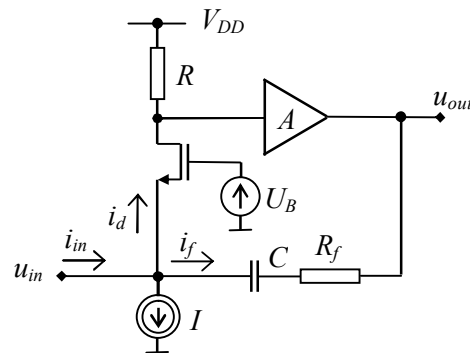
$$A = -10 \text{ V/V}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_f = 200 \Omega$$

Szukane:

$$R_{in} = \frac{u_{in}}{i_{in}} = ?$$

**Rozwiązanie**

W układzie działa ujemne sprzężenie zwrotne (za sprawą rezystora R_f) typu napięciowo-równoległego. Sprzężenia takie zmniejsza rezystancję wejściową układu.

Zmienny prąd wejściowy i_{in} jest sumą zmiennego prądu drenu i_d tranzystora MOS pracującego w konfiguracji ze wspólnym źródłem i zmiennego prądu i_f płynącego przez rezystor R_f .

Prąd i_d jako funkcja u_{in} opisany jest wzorem:

$$i_d = \frac{dI_D}{dU_{GS}} u_{in} = g_m u_{in} \quad (2)$$

gdzie dI_D/dU_{GS} reprezentuje transkonduktancję g_m liczoną ze wzoru (1) w punkcie $I_D = I$.

Prowadzi to do wzoru:

$$g_m = 2\sqrt{K} \sqrt{I_D} = 2\sqrt{K} \sqrt{I} = 10 \text{ mS} \quad (3)$$

Prąd i_f można wyrazić następująco:

$$i_f = \frac{u_{in} - u_{out}}{R_f} = \frac{u_{in} - g_m u_{in} R A}{R_f} = u_{in} \frac{1 - g_m R A}{R_f} \quad (4)$$

Dla podanych wartości składnik $g_m R A = -100$ (5)

jest dużo większe niż jeden (co do wartości bezwzględnej) i wzór (4) upraszcza się do postaci:

$$i_f = -u_{in} g_m A \frac{R}{R_f} \quad (6)$$

Dodając prądy (2) i (6) otrzymujemy:

$$i_{in} = i_d + i_f = u_{in} g_m \left(1 - A \frac{R}{R_f} \right) \quad (7)$$

Pomijając w nawiasie po prawej stronie równania (7) jedynkę wobec $A \frac{R}{R_f} = -50$ można napisać:

$$R_{in} = \frac{u_{in}}{i_{in}} \cong \frac{u_{in}}{-u_{in} g_m A \frac{R}{R_f}} = R_f \frac{-1}{A g_m R} \cong 2\Omega \quad (8)$$

Zad. 5.

Charakterystyka przejściowa, $T = V_{out}/V_{in}$, układu z rys. A jest pokazana na rys. B. Oblicz szerokość pętli histerezy V_h tej charakterystyki. Przyjmując, że użyty wzmacniacz operacyjny jest układem idealnym.

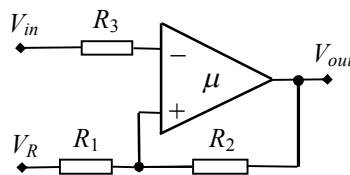
Dane:

$$V_R = 6V$$

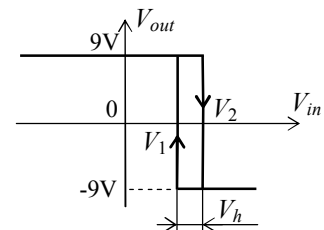
$$R_1 = 1k\Omega$$

$$R_2 = 9k\Omega$$

$$R_3 = 1k\Omega$$



Rys. A



Rys. B

Rozwiązanie

Widoczna na rysunku B pętla histerezy ma dwa punktu charakterystyczne, V_1 oraz V_2 . Zmiana napięcia wyjściowego z $9V$ na $-9V$ (przy wzroście napięcia V_{in}) wymaga przekroczenia przez V_{in} wartości V_2 . Ruch w przeciwną stronę (przy zmniejszaniu napięcia V_{in}) wymaga spadku V_{in} poniżej wartości V_1 . Zakładając, że wzmacniacz jest idealny, oznaczając przez V_P stan dodatni napięcia wyjściowego ($9V$), a przez V_N stan ujemny tego napięcia ($-9V$), wartości V_1 i V_2 można określić z zasady superpozycji:

$$\text{dla } V_{out} = V_P, \quad V_2 = V_R \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_P \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad (1)$$

$$\text{dla } V_{out} = V_N, \quad V_1 = V_R \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_N \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

Szerokość pętli histerezy jest różnicą obu tych napięć i wyraża się wzorem:

$$V_h = V_2 - V_1 = (V_P - V_N) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1,8V \quad (3)$$

Opracowali :

Dr hab. inż. Felicja Wysocka-Schillak

Dr hab. inż. Ryszard Wojtyna

prof. nadzwyczajny UTP

Sprawdzili:

Dr inż. Andrzej Borys

Dr inż. Jarosław Majewski

Zatwierdził:

Przewodniczący Rady Naukowej

Olimpiady „EUROELEKTRA”

Dr hab. inż. Ryszard Wojtyna

prof. nadzwyczajny UTP