

**„EUROELEKTRA”
OLIMPIADA ELEKTRYCZNA I ELEKTRONICZNA
Rok szkolny 2007/2008 – Etap trzeci - Grupa elektroniczno-telekomunikacyjna**

Zestaw zawiera 4 zadania. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane. Czas rozwiązywania - 120 minut.

ZADANIA

Zad. 1.

Pokazany na rysunku układ jest wzmacniaczem transkonduktancyjnym, którego prąd wyjściowy $I_o = I_{D1} - I_{D2}$ (różnica prądów drenu obu tranzystorów) jest sterowany różnicą napięć wejściowych $V_i = V_1 - V_2$. Układ składa się z pary różnicowej polaryzowanej przez źródło prądowe o wydajności $2I$ i lustra prądowego, które przenosi prąd I_{D1} tranzystora M1 na wyjście. Tranzystory M1 i M2 mają identyczne właściwości, pracują w zakresie słabej inwersji i zakresie pentodowym (zakres nasycenia), a ich prąd drenu I_D jest związany z napięciem bramka-źródło U_{GS} wzorem (1). Pokaż, że statyczna charakterystyka przejściowa tego wzmacniacza, tj. I_o jako funkcja napięcia różnicowego V_i oraz prądu I jest opisana wzorem (2). Na bazie charakterystyki (2) określ (na wyrażeniach ogólnych) transkonduktancję g_m tego układu, zdefiniowaną jako pochodna dI_o/dV_i w punkcie $V_i=0$.

$$I_D \cong I_{D0} e^{kU_{GS}}, \quad (1)$$

gdzie k i I_{D0} są współczynnikami.

$$I_o = 2I \left[\left(1 + e^{-kV_i}\right)^{-1} - \left(1 + e^{kV_i}\right)^{-1} \right] \quad (2)$$

Dane:

I – prąd polaryzujący parę M1-M2

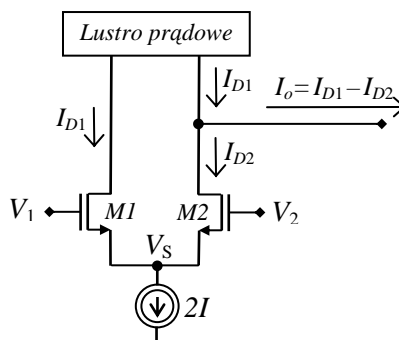
$$I_o = I_{D1} - I_{D2}$$

$$V_i = V_1 - V_2$$

Szukane:

$$I_o = f(V_i, I) = ?$$

$$g_m = \frac{dI_o}{dV_i} = f(I) = ?$$



Zad. 2.

Energia E sygnału dyskretnego jest określona wzorem:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2,$$

gdzie $x(n)$ jest n -tą próbką sygnału.

Dany jest sygnał dyskretny o postaci:

$$x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n,$$

gdzie $n \geq 0$.

Wyznaczyć energię tego sygnału.

Zad. 3.

Jeżeli sygnał o postaci:

$$x(t) = [1 + \cos(\alpha t + \varphi)] \cos(\alpha t),$$

gdzie ω jest pulsacją wyrażoną w radianach na sekundę,

zostanie podany na wejście idealnego filtra dolnoprzepustowego o pulsacji granicznej $\omega_g = \frac{3\omega}{2}$,

to jaki sygnał pojawi się na wyjściu filtra? Jeżeli ten sam sygnał podamy na wejście idealnego filtra górnoprzepustowego o pulsacji granicznej $\omega_g = \frac{\omega}{2}$, to jaki sygnał otrzymamy na wyjściu takiego filtra?

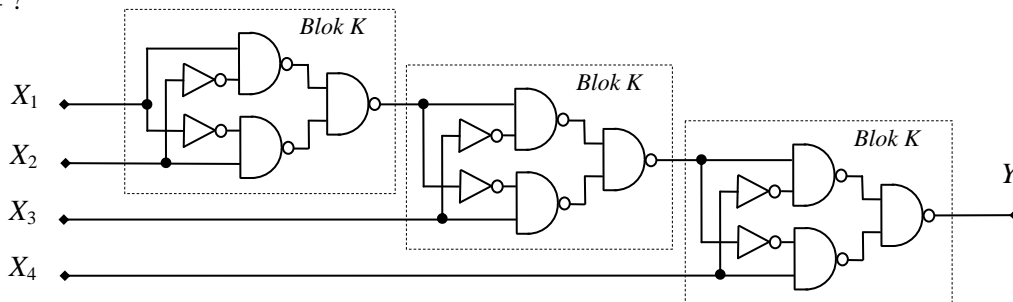
Przez filtr idealny należy rozumieć filtr o nieskończenie silnym tłumieniu w pasmie zaporowym.

Zad. 4.

Układ kombinacyjny pokazany na rysunku ma cztery wejścia i jedno wyjście. Układ zbudowany jest z trzech identycznych bloków, oznaczonych literą *K*, połączonych kaskadowo. W skład każdego bloku wchodzi dwa inwertery (negatory) oraz trzy bramki NAND. Posługując się tablicą stanów podaj wyrażenie logiczne wiążące sygnał wyjściowy *Y* pokazanego układu z jego z sygnałami wejściowymi *X*₁, *X*₂, *X*₃, *X*₄. Jaka może być przydatność takiego układu w informatyce?

Szukane:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, X_4) = ?$$



Opracowali :

Dr hab. inż. Felicja Wysocka-Schillak

Dr hab. inż. Ryszard Wojtyna

prof. nadzwyczajny UTP

Sprawdzili:

Dr inż. Andrzej Borys

Dr inż. Jarosław Majewski

Zatwierdził:

Przewodniczący Rady Naukowej

Olimpiady „EUROELEKTRA”

Dr hab. inż. Ryszard Wojtyna

prof. nadzwyczajny UTP

„EUROELEKTRA”
OLIMPIADA ELEKTRYCZNA I ELEKTRONICZNA - rozwiązania
Rok szkolny 2007/2008 - Etap trzeci – grupa elektroniczno-telekomunikacyjna

Zad. 1.

Pokazany na rysunku układ jest wzmacniaczem transkonduktancyjnym, którego prąd wyjściowy $I_o = I_{D1} - I_{D2}$ (różnica prądów drenu obu tranzystorów) jest sterowany różnicą napięć wejściowych $V_i = V_1 - V_2$. Układ składa się z pary różnicowej polaryzowanej przez źródło prądowe o wydajności $2I$ i lustra prądowego, które przenosi prąd I_{D1} tranzystora M1 na wyjście. Tranzystory M1 i M2 mają identyczne właściwości, pracują w zakresie słabej inwersji i zakresie pentodowym (zakres nasycenia), a ich prąd drenu I_D jest związany z napięciem bramka-źródło U_{GS} wzorem (1). Pokaż, że statyczna charakterystyka przejściowa tego wzmacniacza, tj. I_o jako funkcja napięcia różnicowego V_i oraz prądu I jest opisana wzorem (2). Na bazie charakterystyki (2) określ (na wyrażeniach ogólnych) transkonduktancję g_m tego układu, zdefiniowaną jako pochodna dI_o/dV_i w punkcie $V_i=0$.

$$I_D \cong I_{D0} e^{kU_{GS}}, \quad (1)$$

gdzie k i I_{D0} są współczynnikami.

$$I_o = 2I \left[\left(1 + e^{-kV_i}\right)^{-1} - \left(1 + e^{kV_i}\right)^{-1} \right] \quad (2)$$

Dane:

I – prąd polaryzujący parę M1-M2

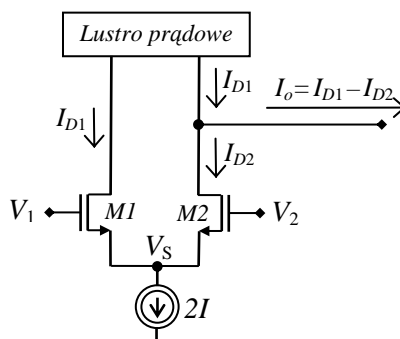
$$I_o = I_{D1} - I_{D2}$$

$$V_i = V_1 - V_2$$

Szukane:

$$I_o = f(V_i, I) = ?$$

$$g_m = \frac{dI_o}{dV_i} = f(I) = ?$$



Rozwiązanie

Napięcia bramka-źródło tranzystorów M1 i M2 opisane są wzorami:

$$U_{GS1} = V_1 - V_s \quad (3)$$

$$U_{GS2} = V_2 - V_s \quad (4)$$

Ze schematu widać, że:

$$I_{D1} + I_{D2} = 2I \quad (5)$$

Korzystając z zależności (5) i uwzględniając (1), (3) oraz (4), prądy I_{D1} i I_{D2} można wyrazić następująco:

$$I_{D1} = 2I \left(1 + \frac{I_{D2}}{I_{D1}}\right)^{-1} = 2I \left(1 + \frac{I_{D0} e^{kU_{GS2}}}{I_{D0} e^{kU_{GS1}}}\right)^{-1} = 2I \left(1 + e^{k(U_{GS2} - U_{GS1})}\right)^{-1} = 2I \left(1 + e^{k(V_2 - V_1)}\right)^{-1} = 2I \left(1 + e^{-kV_i}\right)^{-1} \quad (6)$$

$$I_{D2} = 2I \left(1 + \frac{I_{D1}}{I_{D2}}\right)^{-1} = 2I \left(1 + \frac{I_{D0} e^{kU_{GS1}}}{I_{D0} e^{kU_{GS2}}}\right)^{-1} = 2I \left(1 + e^{k(U_{GS1} - U_{GS2})}\right)^{-1} = 2I \left(1 + e^{k(V_1 - V_2)}\right)^{-1} = 2I \left(1 + e^{kV_i}\right)^{-1} \quad (7)$$

Ponieważ prąd wyjściowy I_o jest różnicą prądów I_{D1} i I_{D2} , więc uwzględniając (6) i (7) otrzymuje się:

$$I_o = I_{D1} - I_{D2} = 2I \left[\left(1 + e^{-kV_i}\right)^{-1} - \left(1 + e^{kV_i}\right)^{-1} \right], \quad (8)$$

co należało udowodnić.

Żeby określić transkonduktancję g_m , należy obliczyć pochodną funkcji (8) po napięciu V_i w punkcie $V_i=0$.

Pochodna ta wyraża się następująco:

$$\frac{dI_o}{dV_i} = 2I \left[- \left(1 + e^{-kV_i}\right)^{-2} e^{-kV_i} (-k) + \left(1 + e^{kV_i}\right)^{-2} e^{kV_i} (k) \right] \quad (9)$$

Dla $V_i=0$ mamy:

$$e^{kV_i} = 1 \quad (10)$$

$$e^{-kV_i} = 1 \quad (11)$$

Uwzględniając (10) i (11) we wzorze (9) otrzymuje się ostatecznie:

$$g_m = 2I \left[\frac{k}{4} + \frac{k}{4} \right] = kI \quad (12)$$

Wzór (12) jest odpowiedzią na drugą część zadania.

Zad. 2.

Energia E sygnału dyskretnego jest określona wzorem:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2, \quad (1)$$

gdzie $x(n)$ jest n -tą próbką sygnału.

Dany jest sygnał dyskretny o postaci:

$$x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad (2)$$

gdzie $n \geq 0$.

Wyznaczyć energię tego sygnału.

Rozwiązanie

Podstawiając do wzoru (1) w miejsce $x(n)$ zależność (2), po prostych przekształceniach otrzymuje się:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left|\left(\frac{1}{2}\right)^n\right|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad (3)$$

Zauważmy, że otrzymane wyrażenie na energię jest sumą ciągu geometrycznego. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 1, a jego iloraz jest równy $\frac{1}{4}$. Stosując znany wzór na sumę ciągu geometrycznego dostajemy:

$$E = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \quad (4)$$

Zad. 3.

Jeżeli sygnał o postaci:

$$x(t) = [1 + \cos(\omega t + \varphi)] \cos(\omega t), \quad (1)$$

gdzie ω jest pulsacją wyrażoną w radianach na sekundę,

zostanie podany na wejście idealnego filtra dolnoprzepustowego o pulsacji granicznej $\omega_g = \frac{3\omega}{2}$,

to jaki sygnał pojawi się na wyjściu filtra? Jeżeli ten sam sygnał podamy na wejście idealnego filtra górnoprzepustowego o pulsacji granicznej $\omega_g = \frac{\omega}{2}$, to jaki sygnał otrzymamy na wyjściu takiego filtra?

Przez filtr idealny należy rozumieć filtr o nieskończenie silnym tłumieniu w pasmie zaporowym.

Rozwiązanie

Po wykonaniu mnożenia we wzorze (1) dostajemy: $x(t) = \cos(\omega t) + \cos(\omega t + \varphi) \cos(\omega t)$ (2)

Korzystając ze znanego wzoru trygonometrycznego: $\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$ (3)

otrzymujemy:

$$x(t) = \cos(\omega t) + \frac{1}{2} [\cos(\omega t + \varphi - \omega t) + \cos(\omega t + \varphi + \omega t)] = \cos(\omega t) + \frac{1}{2} [\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + \varphi)] \quad (4)$$

Ze wzoru (4) widać, że składowa stała \bar{x} sygnału $x(t)$ jest równa:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \cos(\varphi), \quad (5)$$

a składowa zmienna równa:

$$x_{ac}(t) = \cos(\omega t) + \frac{1}{2} \cos(2\omega t + \varphi) \quad (6)$$

Pasma przenoszenia filtra dolnoprzepustowego sięga do $\omega_g = \frac{3\omega}{2}$, a więc na wyjściu tego filtra pojawi się składowa stała i pierwszy składnik składowej zmiennej, tj. sygnał o postaci:

$$y = \frac{1}{2} \cos(\varphi) + \cos(\omega t) \quad (7)$$

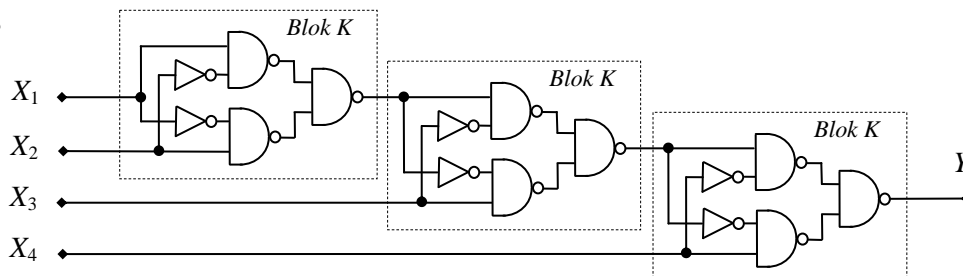
Filtr górnoprzepustowy ma dolną pulsację graniczną równą $\omega_g = \frac{\omega}{2}$, a więc na jego wyjściu pojawi się sygnał o postaci (6).

Zad. 4.

Układ kombinacyjny pokazany na rysunku ma cztery wejścia i jedno wyjście. Układ zbudowany jest z trzech identycznych bloków, oznaczonych literą *K*, połączonych kaskadowo. W skład każdego bloku wchodzi dwa inwertery (negatory) oraz trzy bramki NAND. Posługując się tablicą stanów podaj wyrażenie logiczne wiążące sygnał wyjściowy *Y* pokazanego układu z jego z sygnałami wejściowymi X_1, X_2, X_3, X_4 . Jaka może być przydatność takiego układu w informatyce?

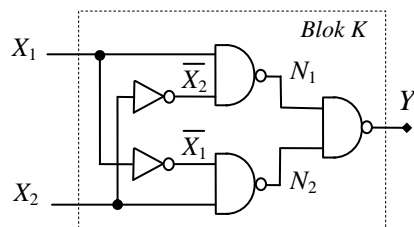
Szukane:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, X_4) = ?$$

**Rozwiązanie**

Wprowadzając do każdego z bloków *K* oznaczenia jak na rysunku poniżej można utworzyć następującą tablicę stanów logicznych:

X_1	X_2	\bar{X}_1	\bar{X}_2	N_1	N_2	Y_1
0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0



Z otrzymanej tablicy stanów wynika, że blok *K* jest bramką typu EX-OR, tzn. realizuje operację sumowania modulo 2, co można zapisać za pomocą wyrażenia:

$$Y_1 = X_1 \oplus X_2 \quad (1)$$

Łącząc kaskadowo dwa takie bloki, sygnał wyjściowy bloku pierwszego Y_1 jest podawany na jedno z wejść bloku drugiego, tj. drugiej bramki EX-OR. Oznaczając przez X_3 drugi sygnał wejściowy tej bramki, sygnał na jej wyjściu (Y_2) będzie opisany wyrażeniem:

$$Y_2 = X_1 \oplus X_2 \oplus X_3 \quad (2)$$

Układ podany w treści zadania jest kaskadowym połączeniem trzech bramek EX-OR, a jego sygnał wyjściowy (*Y*) jest związany z sygnałami wejściowymi zależnością:

$$Y = X_1 \oplus X_2 \oplus X_3 \oplus X_4 \quad (3)$$

Z wyrażenia (3) wynika, że na wyjściu układu otrzymuje się logiczną jedynkę wtedy i tylko wtedy, gdy w zbiorze sygnałów wejściowych jest nieparzysta liczba jedynek.

Oznacza to, że pokazany układ może w informatyce być wykorzystany do wykonywania operacji zwanej kontrolą parzystości binarnego zbioru czteroelementowego.

Opracowali :

Dr hab. inż. Felicja Wysocka-Schillak

Dr hab. inż. Ryszard Wojtyna

prof. nadzwyczajny UTP

Sprawdzili:

Dr inż. Andrzej Borys

Dr inż. Jarosław Majewski

Zatwierdził:

Przewodniczący Rady Naukowej

Olimpiady „EUROELEKTRA”

Dr hab. inż. Ryszard Wojtyna

prof. nadzwyczajny UTP